

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Стандартные задачи линейного программирования на поиск максимума целевой функции

$$1. \quad F = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad 2. \quad F = 20x_1 + 10x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 \leq 30, \\ 2x_1 + 2x_2 \leq 12, \\ 4x_1 + 1x_2 \leq 16. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \leq 35, \\ 1x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 1x_1 + 1x_2 \leq 9. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$3. \quad F = 4x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \quad 4. \quad F = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 \leq 56, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 36, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 10x_2 \leq 90, \\ 1x_1 + 1x_2 \leq 13, \\ 4x_1 + 1x_2 \leq 40. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$5. \quad F = 4x_1 + 11x_2 \rightarrow \max \quad 6. \quad F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 1x_1 + 6x_2 \leq 54, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 58, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 65. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 1x_1 + 6x_2 \leq 60, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 39, \\ 7x_1 + 2x_2 \leq 77. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$7. \quad F = 9x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \quad 8. \quad F = 1x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 30, \\ 2x_1 + 4x_2 \leq 44, \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 48. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 1x_1 + 1x_2 \leq 10, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 23, \\ 4x_1 + 1x_2 \leq 24. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$9. \quad F = 5x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \quad 10. \quad F = 4x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 1x_1 + 6x_2 \leq 60, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 48, \\ 4x_1 + 1x_2 \leq 36. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 \leq 32, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24, \\ 6x_1 + 2x_2 \leq 42. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Стандартные задачи линейного программирования на поиск минимума целевой функции

$$11. \quad F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min \quad 12. \quad F = 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 1x_1 + 1x_2 \geq 4, \\ 2x_1 + 6x_2 \geq 12, \\ 3x_1 + 1x_2 \geq 6. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ 3x_1 + 6x_2 \geq 18, \\ 3x_1 + 8x_2 \geq 24. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$13. \quad F = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \min \quad 14. \quad F = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 \geq 22, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 16, \\ 1x_1 + 2x_2 \geq 8. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 1x_2 \geq 10, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 20, \\ 2x_1 + 8x_2 \geq 28. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$15. \quad F = 1x_1 + 9x_2 \rightarrow \min \quad 16. \quad F = 5x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 2x_2 \geq 26, \\ 3x_1 + 3x_2 \geq 27, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 26. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 16x_1 + 2x_2 \geq 30, \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 19, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 16. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$17. \quad F = 10x_1 + 6x_2 \rightarrow \min \quad 18. \quad F = 6x_1 + 9x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 10x_1 + 2x_2 \geq 20, \\ 3x_1 + 3x_2 \geq 15, \\ 3x_1 + 7x_2 \geq 30. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 14, \\ 1x_1 + 3x_2 \geq 8, \\ 2x_1 + 20x_2 \geq 30. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$19. \quad F = 7x_1 + 3x_2 \rightarrow \min \quad 20. \quad F = 12x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 12x_1 + 2x_2 \geq 32, \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 14, \\ 2x_1 + 10x_2 \geq 18. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 22x_1 + 2x_2 \geq 28, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 17, \\ 3x_1 + 36x_2 \geq 54. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Различные задачи линейного программирования

$$21. \quad F = 30x_1 + 40x_2 \rightarrow \max \quad 22. \quad F = 1x_1 + 1x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 12x_1 + 4x_2 \leq 300, \\ 4x_1 + 4x_2 \leq 120, \\ 3x_1 + 12x_2 \leq 252. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 1x_1 + 2x_2 \leq 14, \\ -5x_1 + 3x_2 \leq 15, \\ 4x_1 + 6x_2 \geq 24. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$23. \quad F = 1x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \quad 24. \quad F = -2x_1 + 1x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -1x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 + 4x_2 \geq 16. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 \leq 12, \\ -1x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 6. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$25. \quad F = 6x_1 + 8x_2 \rightarrow \max \quad 26. \quad F = 14x_1 + 18x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 0,2x_1 + 0,1x_2 \leq 40, \\ 0,1x_1 + 0,3x_2 \leq 60, \\ 1,2x_1 + 1,5x_2 \leq 371,4. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 10x_1 + 8x_2 \leq 168, \\ 5x_1 + 10x_2 \leq 180, \\ 6x_1 + 12x_2 \leq 144. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$27. \quad F = 12x_1 + 16x_2 \rightarrow \min \quad 28. \quad F = 16x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 6x_2 \geq 24, \\ 5x_1 + 4x_2 \geq 31, \\ 2x_1 + 3x_2 \geq 18. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 180, \\ 4x_1 + 1x_2 \leq 240, \\ 6x_1 + 7x_2 \leq 426. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$29. \quad F = -1x_1 + 4x_2 + 2x_4 - 1x_5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 1x_1 - 5x_2 + 1x_3 = 5, \\ -1x_1 + 1x_2 + 1x_4 = 4, \\ 1x_1 + 1x_2 + 1x_5 = 8. \\ x_1, x_2, \dots, x_5 \geq 0. \end{cases}$$

$$30. \quad F = -16x_1 - 1x_2 + 1x_3 + 5x_4 + 5x_5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 1x_2 + 1x_3 = 10, \\ -2x_1 + 3x_2 + 1x_4 = 6, \\ 2x_1 + 4x_2 - 1x_5 = 8. \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0. \end{cases}$$

$$31. \quad F = 6,5x_1 - 7,5x_3 + 23,5x_4 - 5x_5 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 1x_1 + 3x_2 + 1x_3 + 4x_4 - 1x_5 = 12, \\ 2x_1 - 1x_3 + 12x_4 - 1x_5 = 14, \\ 1x_1 + 2x_2 + 3x_4 - 1x_5 = 6. \\ x_1, x_2, \dots, x_5 \geq 0. \end{cases}$$

$$32. \quad F = -5x_1 + 1x_2 - 1x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 - 1x_2 - 1x_3 = 4, \\ 1x_1 - 1x_2 + 1x_3 - 1x_4 = 1, \\ 2x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 1x_5 = 7. \\ x_1, x_2, \dots, x_5 \geq 0. \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ АНАЛИТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

Метод Фурье-Моцкина

$$33. \quad F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max \quad 34. \quad F = 6x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 7, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_2 \leq 5. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 \geq -2, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 24, \\ 6x_1 + x_2 \leq 44. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$35. \quad F = x_1 + 3x_2 \rightarrow \min \quad 36. \quad F = -x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \geq 20, \\ 3x_1 - 6x_2 \leq 15, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 35. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + x_2 \geq 17, \\ 3x_1 - 8x_2 \geq -50, \\ 8x_1 - 7x_2 \leq 10. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$37. F = -x_1 + 5x_2 \rightarrow \min \quad 38. F = -4x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 11x_1 + 3x_2 \geq 69, \\ 5x_1 + 6x_2 \leq 87, \\ 2x_1 - x_2 \leq 11. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 21, \\ 11x_1 + 8x_2 \leq 129, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 27. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$39. F = 3x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \quad 40. F = 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 11x_1 - 12x_2 \geq 10, \\ -x_1 + 7x_2 \geq 5, \\ 2x_1 - x_2 \leq 16. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} -6x_1 + 9x_2 \leq 24, \\ x_1 + x_2 \geq 6, \\ 4x_1 - x_2 \leq 34. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

$$41. F = -3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max \quad 42. F = 5x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4, \\ -x_1 + 7x_2 \leq 42, \\ x_1 - x_2 \leq 6. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \geq 26, \\ 8x_1 + 11x_2 \leq 104, \\ 3x_1 + 7x_2 \geq 33. \\ x_1, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Симплексный метод

$$43. F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \quad 44. F = 30x_1 + 40x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 1x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 2x_1 + 1x_2 \leq 16, \\ 0x_1 + 1x_2 \leq 5, \\ 3x_1 + 0x_2 \leq 21. \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 12x_1 + 4x_2 \leq 300, \\ 4x_1 + 4x_2 \leq 120, \\ 3x_1 + 12x_2 \leq 252. \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$45. F = 4x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \quad 46. F = 4x_1 + 11x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 \leq 56, \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 36, \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30. \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1x_1 + 6x_2 \leq 54, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 58, \\ 5x_1 + 2x_2 \leq 65. \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$47. F = 9x_1 + 10x_2 + 16x_3 \rightarrow \max \quad 48. F = 2x_1 - 6x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 18x_1 + 15x_2 + 12x_3 \leq 360, \\ 6x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 192, \\ 5x_1 + 3x_2 + 3x_3 \leq 180. \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases} \quad \begin{cases} -2x_1 + 1x_2 + 1x_3 \leq 20, \\ -1x_1 - 2x_2 + 3x_3 \leq 24, \\ 3x_1 - 1x_2 - 12x_3 \leq 18. \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

$$49. F = 3x_1 + 2x_2 - 6x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 \leq 18, \\ -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \leq 24, \\ 1x_1 + 3x_2 - 4x_3 \leq 36. \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

Ответы

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ГРАФИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Стандартные задачи линейного программирования на поиск максимума целевой функции

1. $x_1^* = 3\frac{1}{3}$; $x_2^* = 2\frac{2}{3}$; $F_{max} = 21\frac{1}{3}$. 2. $x_1^* = 9$; $x_2^* = 0$; $F_{max} = 180$. 3. $x_1^* = 4$; $x_2^* = 6$; $F_{max} = 76$. 4. $x_1^* = 9$; $x_2^* = 4$; $F_{max} = 57$. 5. $x_1^* = 6$; $x_2^* = 8$; $F_{max} = 112$. 6. $x_1^* = 9$; $x_2^* = 7$; $F_{max} = 41$. 7. $x_1^* = 8$; $x_2^* = 0$; $F_{max} = 72$. 8. $x_1^* = 0$; $x_2^* = 10$; $F_{max} = 50$. 9. $x_1^* = 6$; $x_2^* = 9$; $F_{max} = 66$. 10. $x_1^* = 4$; $x_2^* = 6$; $F_{max} = 46$.

Стандартные задачи линейного программирования на поиск минимума целевой функции

11. $x_1^* = 3$; $x_2^* = 1$; $F_{min} = 9$. 12. $x_1^* = 1\frac{17}{31}$; $x_2^* = 2\frac{13}{31}$; $F_{min} = 14\frac{10}{31}$. 13. $x_1^* = 4$; $x_2^* = 2$; $F_{min} = 28$. 14. $x_1^* = 2$; $x_2^* = 4$; $F_{min} = 26$. 15. $x_1^* = 13$; $x_2^* = 0$; $F_{min} = 13$. 16. $x_1^* = 3$; $x_2^* = 2$; $F_{min} = 21$.

Различные задачи линейного программирования

31. $x_1^* = 7$; $x_2^* = 5$; $F_{max} = 19$. 32. $x_1^* = 2$; $x_2^* = 4$; $F_{min} = 24$. 33. $x_1^* = 5$; $x_2^* = 0$; $F_{min} = 5$. 34. $x_1^* = 10$; $x_2^* = 10$; $F_{max} = 60$. 35. $x_1^* = 6$; $x_2^* = 1$; $F_{min} = -1$. 36. $x_1^* = 3$; $x_2^* = 12$; $F_{max} = 72$. 37. $x_1^* = 14$; $x_2^* = 12$; $F_{max} = 162$. 38. $x_1^* = 6$; $x_2^* = 0$; $F_{min} = 18$. 39. $x_1^* = 0$; $x_2^* = 6$; $F_{max} = 30$. 40. $x_1^* = 2$; $x_2^* = 8$; $F_{min} = 18$. 41. $x_1^* = 0$; $x_2^* = 8$; $x_3^* = 20$; $F_{max} = 400$. 42. Целевая функция не ограничена сверху на множестве допустимых планов. Например, путем прямой постановки можно убедиться, что все члены приведенного ниже однопараметрического семейства планов при любом неотрицательном значении параметра t удовлетворяют и системе неравенств-ограничений, и требованию неотрицательности:

$$\begin{cases} x_1 = 24t, \\ x_2 = 0, \\ x_3 = 8 + 8t. \end{cases}$$

На этом семействе формула для целевой функции приобретает вид:

$$F = 40 + 88t$$

Очевидно, что, беря все большие неотрицательные значения параметра t , можно получать допустимые планы, доставляющие все большие значения целевой функции F . Максимальное на множестве допустимых планов значение целевой функции F_{max} не существует.